***26 октября***

***Лекция по теме «Параллельность прямой и плоскости»***

|  |  |
| --- | --- |
| В этом уроке мы рассмотрим возможные случаи взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве, введем понятие параллельности прямой и плоскости, докажем признак параллельности прямой и плоскости. |  |
| Возможны три случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве:1. Прямая лежит на плоскости;
2. Прямая пересекает плоскость, т. е. прямая и плоскость имеют одну общую точку;
3. Прямая и плоскость не имеют общих точек.
 | КартинкаОписание: 1-1.jpg |
| Определение. Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точекПараллельность прямой A и плоскости $α$ обозначается так: $a ∥ α$ | ТекстОпределение. Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точекПараллельность прямой A и плоскости $α$ обозначается так: $a ∥ α$ |
| Теорема (признак параллельности прямой и плоскости) Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.Дано:Плоскость $β$Прямая c не лежит в плоскости $β$Прямая d лежит в этой плоскостиβ параллельна dДоказать: Прямая a параллельна плоскости $β$ Доказательство.Доказательство будем вести от противного.Предположим: прямая c не параллельна плоскости $ β$. Тогда она пересекает плоскость $β$ в некоторой точке F.По лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми, прямая d также пересекает эту плоскость.Пришли к противоречию, по условию d лежит в плоскости $β$. Предположение не верно, прямая c параллельна плоскости $β$.Что и требовалось доказать. | ТекстТеорема (признак параллельности прямой и плоскости) Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.КартинкаТекстДано: ***С*** $ ⊄ β, d⊂ β, c∥b, то c∥β$Доказать: $c ∥β$Доказательство.Предположим: $ c∦ β$Тогда: $c ∩ β=F$. Так как $c ∥d$, то d$ ∩ d=F1$F1 (по лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми)Противоречие. По условию $d ⊂ β$.Предположение неверно, $c ∥β$ |
| Докажем еще два утверждения, которые часто используются при решении задач.1.Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то лини пересечения плоскостей параллельна данной прямой.$$Если с ⊂ β, c∥α, β ∩α=d, то d ∥c$$Доказательство.По определению, прямые называются параллельными, если:1) прямые лежат в одной плоскости;2) прямые не пересекаются.Так как по условию плоскость $β$проходит через прямую c, а прямая d является общей для плоскостей $α и β \left(их линией пересечения\right), $ то c и d лежат в одной плоскости (плоскости $β)$.Так как прямая *c* параллельна плоскости $α$, в которой лежит прямая d, то c и d не пересекаются*.*Оба условия параллельности выполняются.Можно сделать заключение: $d∥c.$Что и требовалось доказать |  |
| ТекстЕсли плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линии пересечения плоскостей параллельна данной прямой.КартинкаТекстДано:$$c⊂ β$$$$c∥ α$$$$β ∩α=d$$Доказать:$ d ∥c$Доказательство.Так как $\left. \begin{array}{c}c ⊂ β \\d=β ∩α\end{array}\right\} $ то a и b лежат в одной плоскостиЕсли $\left.\begin{array}{c}c∥α\\d ⊂ α\end{array}\right\} то c и d не пересекаются$*.*Оба условия параллельности выполняются.Делаем заключение: $d ∥c.$ч.т.д. |
| 2.Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.Дано: $$a ∥b$$$$a∥ α$$Доказать: $b∥ a, или b ⊂ a$Доказательство.Так как $a∥ α$, то прямая a не пересекается с плоскостью $α$**.**Если a не пересекает плоскость, то и параллельная ей прямая b ее не пересекает( по лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми).Поэтому прямая b либо параллельна плоскости, либо лежит в ней.Что и требовалось доказать. | ТекстЕсли одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.КартинкаОписание: свойство 2.jpgТекстДано: $$a ∥b$$$$a∥ α$$Доказать: $b∥ a, или b ⊂ a$Доказательство$a∥ α$ $ ⇒$ a не пересекается с $α$$a ∥b ⇒$ b не пересекается с $α$Поэтому $b∥ a, или b ⊂ a$Ч.т.д. |
| Задача 1.Точка С лежит на отрезке AB. Через точку A проведена плоскость, а через точки B и C параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках B1 и C1. Найдите длину отрезка CC1, если точка C – середина отрезка AB и BB1 = 7 см.Дано:Точка A принадлежит плоскости $α$C – середина ABCC1 $∥$|| BB1BB1 = 7 смНайти: CC1Решение.1.Докажем, что все точки лежат в одной плоскости.Прямая CC1 параллельна BB1, следовательно, через них можно провести плоскость $β.$Точки C, C1, B, B1 будут принадлежать плоскости $β.$Так как две точки C и B прямой AB принадлежат плоскости $β$, то точка A этой прямой тоже будет принадлежать плоскости $β$.Теперь все точки принадлежат одной плоскости.Рассмотрим $△$ABB1C – середина AB, CC1 || BB1CC1 средняя линия $△$ABB1.Ответ: 3,5 см  | ТекстЗадача 1.Точка С лежит на отрезке AB. Через точку A проведена плоскость, а через точки B и C параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках B1 и C1. Найдите длину отрезка CC1, если точка C – середина отрезка AB и BB1 = 7 см.КартинкаОписание: Задача 1.jpgТекстДано:C – середина ABCC1 $∥$|| BB1BB1 = 7 смНайти: CC1Решение.1.Докажем, что все точки лежат в одной плоскости.CC1 || BB1 через них можно провести плоскость $β$.Точки C, C1, B, B1 будут лежат в плоскости $β$$$\left.\begin{array}{c}С \in β\\B \in β\end{array}\right\} ⇒CB ⊂ β, A \in β$$Теперь все точки принадлежат одной плоскости.2. Рассмотрим ΔABB1C – середина AB, CC1 || BB1CC1 средняя линия ΔABB1.=3,5смОтвет: 3,5 см |
| Задача 2. Средняя линия трапеции лежит в плоскости $α$, Пересекают ли прямые, содержащие ее основания, плоскость $α$? Ответ обоснуйте.Решение.Средняя линия трапеции параллельна основаниям.То есть KL параллельна ВС и AD, и так как KL лежит в плоскости альфа, то по теореме о трех параллельных прямых Прямые, содержащие основания, параллельны плоскости $α$, поэтому они не пересекают плоскость $α.$Ответ: Нет. | ТекстЗадача 2. Средняя линия трапеции лежит в плоскости $α$, Пересекают ли прямые, содержащие ее основания, плоскость $α$? Ответ обоснуйте.КартинкаОписание: Задача 2.jpgТекстДано:ABCD – трапецияKL – ср. линия трапецииНайти: Пересекают ли прямые BC и AD плоскость $α$? Решение.Средняя линия трапеции параллельна основаниям. BC и AD не пересекают плоскость Ответ: Нет |

Написать конспект и разобрать задачи