**Степень с рациональным и действительным показателями**

*Мы уже знакомы со степенями с натуральным показателем. Это числа вида: 23, 62 и т.д. А что такое степени с рациональным и действительным показателем? Что у них общего и в чем их отличие от степеней с натуральным показателем?*

## *Для начала повторим некоторые свойства степеней с натуральным показателем:*

* a0=1 30=0
* a1=а 31=1
* a-n = 3-2 =

## *Степень с рациональным показателем.*

Вычислить .

Так как 512 = (53)4, то  = = = 125

Таким образом, можно записать = 125 =

или = .

Точно также можно записать, что .

Если n – натуральное число, n 2, m – целое число и частное является целым числом, то при a0 справедливо равенство

**. (1)**

* По условию - целое число, откуда m = nk.

Применяя свойства степени и арифметического корня, получаем

.

Если же частное не является целым числом, то степень , где a>0, определяют так, чтобы осталась верной формула (1), т.е. и в этом случае считают, что .

Таким образом, формула (1) справедлива для любого целого числа *m* и любого натурального числа *n≥2* и *a>0*.

Например:   
;

Напомним, что рационально число *r* – это число вида , где *m* – целое, *n* – натуральное число.

Тогда по формуле (1) получаем .

Таким образом, степень определена для любого рационального показателя *r* и любого положительного основания *a*.

Если то выражение имеет смысл не только при *a*>0, но и при *а* = 0, причём

Поэтому считают, что при *r* > 0 выполняется равенство

Пользуясь формулой (1), степень с рациональным показателем можно представить в виде корня и наоборот.

Так как , где *n* и *k* – натуральные числа, m – целое число, то при любом *a* > 0

**(2)**

Например, .

Можно показать, что все свойства степени с натуральным показателем верны для степени с любым рациональным показателем и положительным основанием.

А именно для любых рациональных чисел *p* и *q* и любых *a* > 0 и *b* > 0 верны равенства:

1. ***apa q= ap+q.***
2. ***ap: aq= ap-q.***
3. ***(ap)q=ap\*q.***
4. ***(ab)p= apbp.***
5. **.**

1. ***Степень с действительным показателем.***

Покажем, как можно определить степень с иррациональным показателем, на примере Пусть r1,r2,r3,..., rn, … - последовательность десятичных приближений числа (например, с недостатком):

Эта последовательность стремится к числу , т.е.

**, … .**

Можно показать, что эта последовательность стремится к некоторому действительному числу, которое обозначают , т.е.

Вообще, пусть и *x*– произвольное иррациональное число. Рассмотри последовательность *x1, x2, … , xn,* … десятичных приближений числа *x*. Эта последовательность имеет предел

Можно показать, что последовательность также имеет предел. Этот предел обозначают и называют степенью числа *a* с показателем *x*.Таким образом, степень определена для любого и любого действительного показателя. При любом *xє***R** и любом *a* степень является положительным действительным числом:

при *x є***R,** .

Если основание степени *a= 0*, то степень *0x*определяют только при *x>0* и считают, что *0x= 0* при *x>0*. Например, При *x≤0* выражение *0x* не имеет смысла. Например, выражения 0-1, смысла не имеют.При таком определении степени с действительным показателем сохраняются все известные свойства степени с рациональным показателем. Доказательства этих свойств для степени с действительным показателем проводится в курсе высшей математики.

**7. Задания для самостоятельной работы с последующей проверкой.**

**Вычислить:**

**1)** http://festival.1september.ru/articles/594532/Image2500.gif**;**

**2)http://festival.1september.ru/articles/594532/Image2501.gif ;**

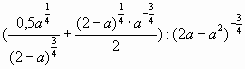
**3)** http://festival.1september.ru/articles/594532/Image2502.gif;

**4)http://festival.1september.ru/articles/594532/Image2503.gif**;

**5)** http://festival.1september.ru/articles/594532/Image2504.gif;

**Упростить:**

**6) http://festival.1september.ru/articles/594532/Image2505.gif**;

**7)** .

.