31 января. Добрый день, уважаемые студенты! Выполнить конспект. Знать свойства, уметь строить графики, разобрать решение примеров. Жду ваши конспекты. От некоторых нет ни одного задания. Например Слизкая П, Алиевы братья, Шкотова В, Селянкин С. и др

Лекция на тему:

«Показательная функция, её свойства и график».

Ранее нами рассматривалась степень с действительным показателем. Напомним основные свойства степени. Пусть а > 0, b > 0, x, y – любые действительные числа.

Тогда:

ax ay = ax+y, (1) = ax-y, (2)

(ax)y = axy, (3)

(ab)x = ax bx, (4)

 ()= , (5)

ax > 0, (6)

ax > 1, если a > 1, x > 0, (7)

ax < ay, если a > 1, x < y, (8)

ax >ay, если 0 < a < 1, x < y, (9)

Рассмотрим несколько примеров применения этих свойств.

1. Найдите значение выражения: 7 ·7·7- 5·5·5.
2. Упростите: 6с+4(с)3.
3. Сравнить: 2300 и 3200.
4. Имеет ли смысл выражение: а) (-3); б) (-2)-4; в) 0?

В практике часто используются функции y = 2x, y = 10x, y = x,

y = (0,1)x  и т.д., т.е. функция вида y = ax, где а – заданное число, x – переменная. Такие функции называют *показательными****.*** Это название объясняется тем, что аргументом показательной функции является показатель степени, а основанием степени – заданное число.

*Показательной функцией* называется функция y = ax , где а – заданное число, а > 0, a ≠ 1.

Показательная функция обладает следующими свойствами:

1. Область определения показательной функции – множество R всех действительных чисел.
   * Это свойство следует из того, что степень ах, где а > 0, определена для всех x ∈ R.
2. Множество значений показательной функции – множество всех положительных чисел.

* Чтобы убедиться в этом, нужно показать, что уравнение ax = b, где a > 0, a ≠ 1, не имеет корней, если b ≤ 0, и имеет корень при любом b > 0. По свойству степени (6) это уравнение не имеет корней, если b ≤ 0. То, что это уравнение имеет корень при любом b>0, доказывается в курсе высшей математики. Это означает, что любая прямая y = b, где b > 0, пересекается с графиком показательной функции.

1. Показательная функция y = ax  является возрастающей на множестве всех действительных чисел, если a > 1, и убывающей, если 0 < a < 1.

* Это следует из свойств (8) и (9).

Построим графики функций y = 2x  и y = , используя рассмотренные свойства и построив несколько точек, принадлежащих графику.

y=x

y=2x

8 8

4 4



2 2

-1 0 1 2 3 -3 -2 -1 0 1

Отметим, что график функции y = 2x  проходит через точку (0;1) и расположен выше оси ох.

Если x < 0 и уменьшается, то график быстро приближается к оси ох (*но не пересекает её*);

если x > 0 и увеличивается, то график быстро поднимается вверх.

Такой же вид имеет график любой функции *y = аx, если a > 1.*

График функции y = ()X  также проходит через точку (0;1) и расположен выше оси ох. Если x > 0 и увеличивается, то график быстро приближается к оси ох (не пересекая её); если x < 0 и уменьшается, то график быстро поднимается вверх.

# Такой же вид имеет график любой функции

# *y = (а)X, если a < 0 < 1.*

# Показательная функция часто используется при описании различных физических процессов. Так радиоактивный распад описывается формулой m(t) = m0, где m(t) и m0 – масса радиоактивного вещества соответственно в момент времени t и в начальный момент времени t0.T – период полураспада (промежуток времени, за который первоначальное количество вещества уменьшается вдвое).

С помощью показательной функции выражается давление воздуха в зависимости от высоты подъёма, ток самоиндукции в катушке после включения постоянного напряжения и т.д.

Рассмотрим несколько примеров*показательных уравнений****,*** т.е.уравнений*, в которых неизвестное содержится в показателе степени.*

Показательные уравнения

Aa2x + Bax + C = 0

подстановкой ax = y

сводится к квадратному

Ay2 + By + C = 0

Уравнение

af(x) = ag(x), (a>0, a≠1)

равносильно уравнению

f(x) = g(x)

Простейшие показательные уравнения

ax=b

a > 0, a ≠ 1

Примеры: 9x - 4·3x – 45 = 0.

Пусть 3x = t, тогда

t2 – 4t – 45 = 0, t1=9, t2= -5,откуда

3x = 9, 3x = -5 не имеет корней

3x=32, т.к. показательная

x = 2; функция не может

принимать

отрицательные значения

Ответ: 2.

Примеры:

5x - 3x = 53x - 8,

x2 - 3x = 3x - 8,

x2 - 6x + 8 = 0,

x1 = 2, x2 = 4.

Ответ: 2; 4.

Примеры:

1. 2х=4, 2х=22, х =2

Ответ: 2.

1. 3х=5, х =log35

Ответ: log35

Решить графически уравнение:

= x - . Построим графики функций y = и y = x - .

y

1

1

x

0

Из рисунка видно, что графики этих функций пересекаются в точке с абсциссой х ≈ 1. Проверка показывает, что х = 1 − корень данного уравнения:= 1 - , = . Так как функция y = монотонно убывает на R, а функция y = x -  монотонно возрастает на R, это означает, что графики этих функций не могут иметь других точек пересечения при х ≠ 1.

Ответ: 1.

af(x) < ag(x) равносильно f(x) > g(x)

af(x) < ag(x) равносильно f(x) < g(x)

af(x) < ag(x), где a > 0, a ≠ 1

0 < a < 1

a > 1

Определение: ***неравенство, содержащее переменную в показателе степени***называется показательным.

Показательные неравенства

Решить неравенство:

3x < 

3x < 3-2,

т.к. 3 > 1,

то x < 2.

Ответ: (-∞; 2).

Примеры показательных неравенств:

Решить неравенство:

(0,25)6x-x > 0,255

т.к.0 < 0,25 < 1, то

6x – x2 < 5, т.е.

x2 – 6x + 5 > 0,

(x – 1)(x + 5) > 0.

x∈(-∞;1)∪(5;+∞).

Ответ: (-∞;1)∪(5;+∞).

Решить неравенство:

4x - 6·2x + 8 < 0.

Пусть 2x = y, тогда 4x = (2x)2 = y2

y2 – 6y + 8 < 0, т.е. 2 < y < 4

y = 2x, поэтому 2 < 2x<4,

21 < 2x < 22, т.к.

основание 2 > 1, то 1 < x < 2.

Ответ: (1; 2)