***26 октября***

***Лекция по теме «Параллельность прямой и плоскости»***

|  |  |
| --- | --- |
| В этом уроке мы рассмотрим возможные случаи взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве, введем понятие параллельности прямой и плоскости, докажем признак параллельности прямой и плоскости. |  |
| Возможны три случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве:   1. Прямая лежит на плоскости; 2. Прямая пересекает плоскость, т. е. прямая и плоскость имеют одну общую точку; 3. Прямая и плоскость не имеют общих точек. | Картинка  Описание: 1-1.jpg |
| Определение. Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек  Параллельность прямой A и плоскости обозначается так: | Текст  Определение. Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек  Параллельность прямой A и плоскости обозначается так: |
| Теорема (признак параллельности прямой и плоскости) Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.  Дано:  Плоскость  Прямая c не лежит в плоскости  Прямая d лежит в этой плоскости  β параллельна d  Доказать: Прямая a параллельна плоскости  Доказательство.  Доказательство будем вести от противного.  Предположим: прямая c не параллельна плоскости . Тогда она пересекает плоскость в некоторой точке F.  По лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми, прямая d также пересекает эту плоскость.  Пришли к противоречию, по условию d лежит в плоскости . Предположение не верно, прямая c параллельна плоскости .  Что и требовалось доказать. | Текст  Теорема (признак параллельности прямой и плоскости) Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.  Картинка    Текст  Дано:  ***С***  Доказать:  Доказательство.  Предположим:  Тогда: . Так как , то dF1 (по лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми)  Противоречие. По условию .  Предположение неверно, |
| Докажем еще два утверждения, которые часто используются при решении задач.  1.  Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то лини пересечения плоскостей параллельна данной прямой.  Доказательство.  По определению, прямые называются параллельными, если:  1) прямые лежат в одной плоскости;  2) прямые не пересекаются.  Так как по условию плоскость проходит через прямую c, а прямая d является общей для плоскостей то c и d лежат в одной плоскости (плоскости .  Так как прямая *c* параллельна плоскости , в которой лежит прямая d, то c и d не пересекаются*.*  Оба условия параллельности выполняются.  Можно сделать заключение:  Что и требовалось доказать |  |
| Текст  Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линии пересечения плоскостей параллельна данной прямой.  Картинка    Текст  Дано:  Доказать:  Доказательство.  Так как то a и b лежат в одной плоскости  Если *.*  Оба условия параллельности выполняются.  Делаем заключение:  ч.т.д. |
| 2.  Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.  Дано:  Доказать:  Доказательство.  Так как , то прямая a не пересекается с плоскостью **.**  Если a не пересекает плоскость, то и параллельная ей прямая b ее не пересекает( по лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми).  Поэтому прямая b либо параллельна плоскости, либо лежит в ней.  Что и требовалось доказать. | Текст  Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.  Картинка  Описание: свойство 2.jpg  Текст  Дано:  Доказать:  Доказательство  a не пересекается с  b не пересекается с  Поэтому  Ч.т.д. |
| Задача 1.  Точка С лежит на отрезке AB. Через точку A проведена плоскость, а через точки B и C параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках B1 и C1. Найдите длину отрезка CC1, если точка C – середина отрезка AB и BB1 = 7 см.  Дано:  Точка A принадлежит плоскости  C – середина AB  CC1 || BB1  BB1 = 7 см  Найти: CC1  Решение.  1.  Докажем, что все точки лежат в одной плоскости.  Прямая CC1 параллельна BB1, следовательно, через них можно провести плоскость  Точки C, C1, B, B1 будут принадлежать плоскости  Так как две точки C и B прямой AB принадлежат плоскости , то точка A этой прямой тоже будет принадлежать плоскости .  Теперь все точки принадлежат одной плоскости.  Рассмотрим ABB1  C – середина AB, CC1 || BB1CC1 средняя линия ABB1.    Ответ: 3,5 см | Текст  Задача 1.  Точка С лежит на отрезке AB. Через точку A проведена плоскость, а через точки B и C параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках B1 и C1. Найдите длину отрезка CC1, если точка C – середина отрезка AB и BB1 = 7 см.  Картинка  Описание: Задача 1.jpg  Текст  Дано:    C – середина AB  CC1 || BB1  BB1 = 7 см  Найти: CC1  Решение.  1.Докажем, что все точки лежат в одной плоскости.  CC1 || BB1 через них можно провести плоскость .  Точки C, C1, B, B1 будут лежат в плоскости  Теперь все точки принадлежат одной плоскости.  2. Рассмотрим ΔABB1  C – середина AB, CC1 || BB1CC1 средняя линия ΔABB1.  =3,5см  Ответ: 3,5 см |
| Задача 2. Средняя линия трапеции лежит в плоскости , Пересекают ли прямые, содержащие ее основания, плоскость ? Ответ обоснуйте.  Решение.  Средняя линия трапеции параллельна основаниям.  То есть KL параллельна ВС и AD, и так как KL лежит в плоскости альфа, то по теореме о трех параллельных прямых  Прямые, содержащие основания, параллельны плоскости , поэтому они не пересекают плоскость  Ответ: Нет. | Текст  Задача 2. Средняя линия трапеции лежит в плоскости , Пересекают ли прямые, содержащие ее основания, плоскость ? Ответ обоснуйте.  Картинка  Описание: Задача 2.jpg  Текст  Дано:  ABCD – трапеция  KL – ср. линия трапеции    Найти: Пересекают ли прямые BC и AD плоскость ?  Решение.  Средняя линия трапеции параллельна основаниям.      BC и AD не пересекают плоскость  Ответ: Нет |

Написать конспект и разобрать задачи