25 октября 1 курс юристы

***Лекция по теме «Признак перпендикулярности прямой и плоскости»***

|  |  |
| --- | --- |
| На разработку конструкции прибора инженер тратить достаточно много времени. Изменяя и модифицируя конструкцию прибора. Почему, например, бытовой вентилятор имеет именно такую форму? Конструкция должна быть, такой что бы вентилятор не падал и прочно стоял перпендикулярно полу при работе. Конструкцию этого бытового прибора можно перенести на чертёж.  Пол мы заменим на плоскость α, штангу вентилятора изобразим в виде прямой а, ножки крепления в виде прямых b и с. | На экране изображение  Описание: http://nskazka.ru/images/38f54f202967291de7e9f6d8c4adc405.jpg  На экране появляется элементы чертежа, заменяющие части изображения |
| Предположим, что если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости. Докажем предположение.  Рассмотрим нашу прямую *а*, которая будет перпендикулярна пересекающимся прямым b и с, лежащим в плоскости α. Обозначим точку пересечения прямых-точкой М.  Докажем, что прямая *а* перпендикулярна плоскости *α*.  Так как мы знаем, что прямая перпендикулярна плоскости, если перпендикулярна любой прямой лежащей в этой плоскости, то нам нужно доказать перпендикулярность прямой *а* произвольной прямой *х.*  Для доказательства построим дополнительно прямую у, параллельную прямой *х* и проходящую через точку М.  Дополнительно на прямой *а* отметим точки М1 и М2 так, чтобы точка М была серединой отрезка М1М2.  Так же проведём прямую в плоскости *,* пересекающую прямые *b*, *с, у* в точках В,С,Y соответственно.  Соединим полученные точки с концами отрезка М1М2. Так как прямые b и с перпендикулярны к прямой *а* и проходят через середину отрезка М1М2, то их можно назвать серединными перпендикулярами к отрезку М1М2. Тогда точки В и С равноудалены от концов отрезка, то есть отрезок М1В равен отрезку ВМ2, а отрезок М1С равен отрезку СМ2.  Треугольник ВМ1М равен треугольнику ВМ2М по трём сторонам. Из равенства треугольников следует, что угол М1ВY равен углу.  Тогда треугольники М1ВY равен треугольнику М2ВY по двум сторонам и углу между ними. Из равенства этих треугольников следует равенство отрезков М1Y и M2Y.  Это означает что треугольник М1YМ2 равнобедренный с основанием М1М2 и отрезок YМ его медиана, а по свойству медианы равнобедренного треугольника, проведенной к основанию треугольника, отрезок YМ является высотой, значит прямые *у* и *а*, содержащие эти отрезки, можно считать перпендикулярными.  Прямая *у* перпендикулярна прямой *а*, и параллельна прямой *х*. По лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой следует, что прямая *х* также перпендикулярна прямой *а*.  Итак, прямая а перпендикулярна любой прямой х, значит перпендикулярна плоскости α. | На экране изображение и текст   |  |  | | --- | --- | |  | Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости. |   На экране чертёж и текст справа   |  |  | | --- | --- | |  | Дано: α, b∈α , с∈ α , b с=М, *а*⊥b, *а*⊥с.  Доказать: *а*⊥ α |   На экране обновляется чертёж и добавляется текст в доказательство:   |  |  | | --- | --- | |  | Доказательство:   1. Проведём прямую х: х∈ α. |   Обновляется чертёж и добавляется текст в доказательство   |  |  | | --- | --- | |  | 1. Проведём прямую у: у∥*х,*   у∈ α, уМ. |   Обновляется чертёж и добавляется пункт доказательства:   |  |  | | --- | --- | |  | 3) Отметим точки М1 и М2: М1М2∈ *а,* М1М=ММ2 |   Обновляется чертёж и добавляется пункт доказательства:   |  |  | | --- | --- | |  | 1. Проведём прямую ВС: ВС∈ *,* ВСВСb=В, ВСу=Y |   На экране обновляется чертёж и добавляется   |  |  | | --- | --- | |  | 1. значит М1В=ВМ2   значит М1С=СМ2 |   Доказательство добавляется текстом   1. ВМ1М= ВМ2М: ВМ1=ВМ2,СМ1=СМ2,ВМ–общая. Значит М1ВY= М2ВY.   Доказательство добавляется текстом   1. Δ М1ВY= Δ М2ВY: BY–общая, ВМ1=ВМ2,  М1ВY=М2ВY. Значит M1Y=YM2.   Доказательство добавляется текстом   1. так как M1Y=YM2, то Δ М1YМ2–равнобедренный, а по свойству YМ –высота. 2. Так как YМ М1М2, то y.   Доказательство добавляется текстом последовательно.  9) |
| Но в этой теореме возможен ещё один случай расположения прямой *а*, который не демонстрирует наша конфигурация чертежа. Когда прямая *а* не проходит через точку пересечения прямых *b* и *с*.  Докажем и этот вариант.  В этом случае проведём прямую *а*1, параллельную прямой *а* и проходящуючерез точку М.  Важно вспомнить теорему изученную на предыдущем уроке:  если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна этой плоскости.  Так как прямая *а* перпендикулярна прямым *b* и *с* и параллельна прямой *а1*, то по лемме прямая *а1* тоже будет перпендикулярна прямым *b* и *с*.  В этом расположении прямых мы уже доказали перпендикулярность прямой к плоскости.  Но тогда если прямая *а*1 перпендикулярна плоскости и параллельна прямой *а*, то по теореме 1 прямая *а* перпендикулярна плоскости α. | На экране чертёж    На экране обновляется чертёж и добавляется пункт доказательства   |  |  | | --- | --- | |  | Доказательство:   1. Проведём *а*1: *а*1∥*а, а*1 |   На экране под чертежом появляется текст:  На экране к лемме добавляется текст теоремы.  Теорема 1: если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна этой плоскости.  К доказательству добавляется текст:  К доказательству добавляется текст:   1. . |
| Эта теорема даёт возможность доказать перпендикулярность прямой плоскости с указанием перпендикулярности только двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости, а не любой прямой. В геометрии данное утверждение называется признаком перпендикулярности прямой и плоскости. | На экране текст признака и чертёж:  Признак перпендикулярности прямой и плоскости: *если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости*. |
| Рассмотрим применение признака перпендикулярности прямой и плоскости.  Дан треугольник АВС с суммой углов А и В в 90 градусов. Прямая ВD проведена перпендикулярно к плоскости треугольника АВС.  Прямая СD лежит в плоскости треугольника ВСD.  Треугольник АВС прямоугольный, так как угол АСВ равен разности 180 градусов и суммы углов А и В. Значит прямая АС перпендикулярна прямой ВС.  По условию прямая BD перпендикулярна плоскости АВС, значит она перпендикулярна прямой АС.  Тогда прямая АС перпендикулярна двум пересекающимся прямым ВС и ВD лежащим в плоскости треугольника ВСD, значит АС перпендикулярна к плоскости ВСD и перпендикулярна прямой СD лежащей в этой плоскости. | На экране текст задачи 1.  В треугольнике АВС сумма углов А и В равна 90°. Прямая ВD перпендикулярна к плоскости АВС. Докажите, что СD  К тексту добавляется чертёж и решение   |  |  | | --- | --- | |  | Решение: |   На экране обновляется чертёж.   |  |  | | --- | --- | |  | Решение: |   В поле решение добавляется текст  1) АВС –прямоугольный, т.к. АСВ=180°–(А+В)=90°АСВС  В поле решение добавляется текст и обозначение прямого угла  2)АСВD (по условию)  В поле решение добавляется текст и обозначение прямого угла АСD  3)  4) |
| Рассмотри ещё пример решения задачи.  Даны два квадрата АВСD и АВEF.Они расположены так, что бы сторона ADAF.  Так как АВEF- квадрат, то прямая AВ перпендикулярна стороне AF.  Тогда по признаку перпендикулярности прямой и плоскости АF плоскости квадрата АВСD и прямой ВС лежащей в этой плоскости.  По определению квадрата АВСD сторона ВС перпендикулярна прямой АВ, но прямая АВ параллельна прямой FЕ плоскости АВEF, следовательно по лемме о параллельных прямых перпендикулярных к третьей прямой, прямая FE перпендикулярна прямой ВС.  Таким образом, прямая ВС перпендикулярна пересекающимся прямым АF и FE лежащим в плоскости AEF, что следовательно по признаку перпендикулярности прямой к плоскости, значит прямая ВС перпендикулярна к плоскости AEF. | На экране текст задачи 2.  Задача 2. Квадраты АВСD и АВEF расположены так, что ADAF. Докажите, что прямая ВС перпендикулярна к плоскости AEF.  На экране чертёж и текст.   |  |  | | --- | --- | |  | Доказательство: |   К чертежу добавляется пункт решения.   1. АВEF -квадратAF   К чертежу добавляется пункт решения 2)  К чертежу добавляется пункт решения 3)  К чертежу добавляется пункт решения 4) |
| В дальнейшем с помощью данного признака будут доказаны несколько главных теорем о перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. |  |

*Записать определения в тетрадь*

*Подготовить ответы на следующие вопросы:*

1. Верно ли что: если 2 прямые в пространстве перпендикулярны к третьей прямой, то это утверждение при условии, что все три прямые параллельны? Верно ли это утверждение при условии, что все три прямые лежат в одной плоскости?
2. Прямая а || , а b

. 3 Существует ли прямая перпендикулярная к прямым а и b?

**Файл с заданием отправьте преподавателю на почту mariaeva.vera@yandex.ru**